Elipse de Kepler

Un planeta sigue una órbita elíptica representada en coordenadas cartesianas por la ecuación:



Se pide, ajustar los parámetros de esta ecuación, con las 10 observaciones siguientes de la posición del planeta:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 1.02 | 0.95 | 0.87 | 0.77 | 0.67 | 0.56 | 0.44 | 0.30 | 0.16 | 0.01 |
| *y* | 0.39 | 0.32 | 0.27 | 0.22 | 0.18 | 0.15 | 0.13 | 0.12 | 0.13 | 0.15 |

Resolución:

Lo más importante de este ejercicio es observar que la función aproximante está definida en forma implícita: *f*(*x*,*y*,*a*,*b*,...) = 0 y no explícita *y* = *f*(*x*,*y*,*c*1,*c*2,...) como hasta ahora había ocurrido. Sin embargo la función sigue siendo lineal en los parámetros (*a*, *b*, *c*...) y como veremos, su resolución no presenta mayores problemas.

Efectivamente, basta observar, que si obligamos a las 10 observaciones a verificar la ecuación, obtenemos directamente un sistema sobredeterminado de 10 ecuaciones con 5 incógnitas, que podremos resolver aproximadamente a través de la expresión matricial (6) del sistema de ecuaciones normales.

Directamente de la tabla de observaciones::



Entonces el sistema de ecuaciones normales es:



y una vez resuelto, la aproximación a la órbita elíptica queda:



La representación gráfica se puede ver en la siguiente figura:

  
 Figura 4

**Nota:** En este ejercicio no se pretende que el alumno dedique su tiempo a calcular y resolver manualmente el sistema de ecuaciones (proceso tedioso y largo por tratarse de 10 observaciones, que se ha resuelto en el ordenador) sino a observar y conocer la argumentación conceptual, para realizar el cálculo manual en casos de menos observaciones e incógnitas.